

Funkcja logarytmiczna



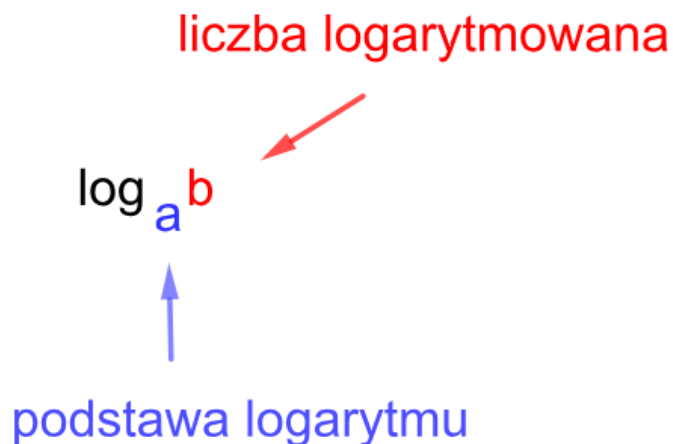
Funkcja logarytmiczna ma następujący wzór:

$$f(x)=\log_a b$$

gdzie

a to **podstawa logarytmu**

b to **liczba logarytmowana**



W powyższym wzorze zakładamy, że

- $a > 0$;
- $a \neq 1$;
- $b > 0$



Przykład 1: Dla jakich x wyrażenie $\log_{x+1} 13$ jest określone?

$a > 0$, w tym przypadku

$$a = x+1$$

$$x+1 > 0$$

$$x > -1$$

$a \neq 1$

$$x+1 \neq 1$$

$$x \neq 0$$

$b > 0$

$b = 13$ – większe od zera.

Odp: Wyrażenie jest określone dla $x > -1$ i $x \neq 0$.



Przykład 2: Dla jakich x wyrażenie $\log_{x-5} 1$ jest określone?

$$x-5 > 0 \quad \text{i} \quad x-5 \neq 1$$

$$x > 5 \quad x \neq 1+5$$

$$x \neq 6$$

Odp: Wyrażenie jest określone dla $x > 5$ i $x \neq 6$.



Przykład 3: Dla jakich x wyrażenie $\log_4(2x-1)$ jest określone?

Muszą być spełnione warunki

$$4 > 0 \text{ i } 4 \neq 1 \text{ oraz } 2x - 1 > 0$$

$$2x > 1$$

$$x > \frac{1}{2}$$

Odp: Wyrażenie jest określone dla $x > \frac{1}{2}$



Funkcją odwrotną do funkcji logarytmicznej jest funkcja wykładnicza.

$$\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

Logarytmowanie jest zatem działaniem polegającym na obliczaniu wykładnika potęgi, gdy dana jest podstawa oraz wartość tej potęgi

Przykłady

$$\log_3 9 = x \quad 3^x = 9 \quad x = 2$$

$$\log_2 4 = x \quad 2^x = 4 \quad x = 2$$

$$\log_3 27 = x \quad 3^x = 27 \quad x = 3$$

$$\log_{10} 100 = x \quad 10^x = 100 \quad x = 2$$

$$\log_3 \sqrt{3} = x \quad 3^x = \sqrt{3} \quad 3^x = 3^{\frac{1}{2}} \quad x = \frac{1}{2}$$



Logarytmy - wzory $\log_a 1 = 0$ $\log_a a = 1$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$\log_{10} a = \log a$ logarytm dziesiętny



Logarytmy po raz pierwszy opisali w XVI wieku matematycy brytyjscy: Szkot John Napier i Anglik Henry Briggs.

Były odpowiedzią na konieczność wykonywania żmudnych i czasochłonnych obliczeń w związku z burzliwie rozwijającymi się wówczas astronomią, nawigacją i handlem.

Kiedyś używano logarytmów do mnożenia dużych liczb. Wszystko opierało się o fakt, że logarytm z iloczynu to suma logarytmów, czyli zamieniamy iloczyn na prostsze do przeprowadzenia dodawanie

Logarytm o podstawie 2, zwany logarytmem binarnym, ma zastosowanie w informatyce.

Logarytmy pomagają określać głośność dźwięku, siłę trzęsienia ziemi, szybkość reakcji na bodźce.

Czas potrzebny na podjęcie danej decyzji w wyniku zwiększającej się liczby wyborów rośnie w sposób logarytmiczny

Bodźce docierające do naszego organizmu analizowane są przez nasz mózg w sposób logarytmiczny.